

# آموزش ترجمه متون ریاضی

## ترجمه برای دانش آموزان

### Notation

Given elements  $a$  and  $b$ , the symbol  $(a,b)$  denotes the **ordered pair** consisting of  $a$  and  $b$  together with the specification that  $a$  is the first element of the pair and  $b$  is the second element. Two ordered pairs  $(a,b)$  and  $(c,d)$  are equal if, and only if,  $a=c$  and  $b=d$ . Symbolically:

$$(a,b)=(c,d) \text{ means that } a=c \text{ and } b=d.$$

### Example 1.2.5 Ordered Pairs

a. Is  $(1,2)=(2,1)$ ?

b. Is  $(3, \frac{5}{10}) = (\sqrt{9}, \frac{1}{2})$ ?

c. What is the first element of  $(1,1)$ ?

### Solution

a. No. By definition of equality of ordered pairs,

$$(1,2)=(2,1) \text{ if, and only if, } 1=2 \text{ and } 2=1.$$

But  $1 \neq 2$ , and so the ordered pairs are not equal.

b. Yes. By definition of equality of ordered pairs,

$$(3, \frac{5}{10}) = (\sqrt{9}, \frac{1}{2}) \text{ if, and only if, } 3 = \sqrt{9} \text{ and } \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

Because these equations are both true, the ordered pairs are equal.

c. In the ordered pair  $(1,1)$ , the first and the second elements are both 1.

### تعریف

مجموعه‌های  $A$  و  $B$  داده شده‌اند، ضرب دکارتی  $A$  در  $B$ ، که با  $A \times B$  نشان داده می‌شود و آن را «ضرب  $A$  در  $B$ » می‌خوانیم، مجموعه‌ی همه‌ی زوج‌های مرتب  $(a,b)$  است که  $a$  در  $A$  و  $b$  در  $B$  قرار دارد. به‌طور نمادین:

$$A \times B = \{(a,b) | a \in A, b \in B\}$$

### مثال: حاصل ضرب‌های دکارتی

فرض کنیم:  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{u, v\}$ .

الف)  $A \times B$  را بیابید.

ب)  $B \times A$  را بیابید.

ج)  $B \times B$  را بیابید.

د) چند عضو در  $A \times B$ ،  $B \times A$  و  $B \times B$  وجود دارد؟

ه) فرض کنیم  $R$  مجموعه‌ی همه‌ی اعداد حقیقی باشد.  $R \times R$  را توصیف کنید.

### حل:

الف)  $A \times B = \{(1,u), (1,v), (2,u), (2,v), (3,u), (3,v)\}$

ب)  $B \times A = \{(u,1), (v,1), (u,2), (v,2), (u,3), (v,3)\}$

ج)  $B \times B = \{(u,u), (u,v), (v,u), (v,v)\}$

د)  $A \times B$  شش عضو دارد که این همان تعداد اعضای  $A$

ضرب در تعداد اعضای  $B$  است.  $B \times A$  هم شش عضو

دارد که از تعداد اعضای  $B$  ضرب در تعداد اعضای

$A$  به‌دست می‌آید.  $B \times B$  چهار عضو دارد که همان

تعداد اعضای  $B$  ضرب در تعداد اعضای  $B$  است.

ه)  $R \times R$  مجموعه‌ی همه‌ی زوج‌های مرتب  $(x,y)$  است

که هر دو  $x$  و  $y$  اعداد حقیقی‌اند. اگر محورهای

افقی و قائم در یک صفحه رسم شده باشند و یک

طول واحد روی آن‌ها نشانه‌گذاری شده باشند، در

این صورت هر زوج مرتب در  $R \times R$  با یک نقطه

منحصربه‌فرد در صفحه متناظر خواهد بود؛ که

مختص اول و دوم این زوج به ترتیب مشخص کننده

جایگاه افقی و عمودی آن نقطه است.

- |                            |                 |                        |              |
|----------------------------|-----------------|------------------------|--------------|
| 1. cartesian product ..... | حاصل ضرب دکارتی | 2. A cross B .....     | A ضرب در B   |
| 3. symbolically .....      | نمادین          | 4. element .....       | عضو          |
| 5. describe .....          | توصیف کردن      | 6. ordered pairs ..... | زوج‌های مرتب |
| 7. horizontal .....        | افقی            | 8. vertical .....      | قائم         |
| 9. axes .....              | محورها          | 10. respectively ..... | به ترتیب     |



### Definition

Given sets  $A$  and  $B$ , the **Cartesian product of  $A$  and  $B$** , denoted  $A \times B$  and read "A cross B," is the set of all ordered pairs  $(a, b)$ , where  $a$  is in  $A$  and  $b$  is in  $B$ . Symbolically:  $A \times B = \{(a, b) | a \in A \text{ and } b \in B\}$ .

### Example 1.2.6 Cartesian Products

Let  $A = \{1, 2, 3\}$  and  $B = \{u, v\}$ .

- Find  $A \times B$
- Find  $B \times A$
- Find  $B \times B$
- How many elements are in  $A \times B$ ,  $B \times A$ , and  $B \times B$ ?
- Let  $\mathbf{R}$  denote the set of all real numbers. Describe  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ .

### Solution

- $A \times B = \{(1, u), (1, v), (2, u), (2, v), (3, u), (3, v)\}$
- $B \times A = \{(u, 1), (v, 1), (u, 2), (v, 2), (u, 3), (v, 3)\}$
- $B \times B = \{(u, u), (u, v), (v, u), (v, v)\}$
- $A \times B$  has six elements. Note that this is the number of elements in  $A$  times the number of elements in  $B$ .  $B \times A$  has six elements, the number of elements in  $B$  times the number of elements in  $A$ .  $B \times B$  has four elements, the number of elements in  $B$  times the number of elements in  $B$ .
- $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$  is the set of all ordered pairs  $(x, y)$  where both  $x$  and  $y$  are real numbers, if horizontal and vertical axes are drawn on a plane and a unit length is marked off, then each ordered pair in  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$  corresponds to a unique point in the plane, with the first and second elements of the pair indicating, respectively, the horizontal and vertical positions of the point.

